

港湾設計業務シリーズ

# 波浪変形計算システム(非定常緩勾配方程式)

Ver 2. X. X

## 商 品 概 説 書

— 目次 —

1. 概要.....	1
1-1. システムの特長.....	1
1-2. システムの動作条件.....	2
1-3. データ入力・計算上の注意事項.....	2
2. 計算理論説明.....	4
2-1. 基本方程式.....	4
2-2. 碎波減衰係数及び、碎波位置の決定.....	5
2-3. 基礎方程式の差分化.....	6
2-4. 任意反射率境界について.....	7
2-5. 任意透過率を有する防波堤の計算方法について.....	9
2-6. 不規則波に対する計算方法について.....	10
1) レーリー分布を仮定し、代表波高値を重ね合わせる方法.....	10
2) 周波数スペクトルの各区間での代表周波数を用いて算出した結果を重ね合わせる方法.....	12
2-7. 差分間隔と計算の手順.....	13
2-8. 定常解までの繰り返し数.....	14
3. 補足資料.....	15
3-1. 参考文献.....	15

# 1. 概要

## 1-1. システムの特長

本システムは、外郭施設その他の港湾の施設の構造の安定又は水域施設の静穏度等の検討に必要な波浪の推定を非定常緩勾配方程式に基づいて行います。

港湾形状の設定にD X F・CSVファイル読み込みを用いることにより、簡単に任意形状を入力できるよう考慮されています。

本システムには、以下のような特徴があります。

- ・ 非定常緩勾配方程式を解くことにより、屈折・浅水変形・回折を考慮した波浪変形計算を行います。任意反射率境界を設定し、多重反射を取り扱うことが可能です。任意透過率境界及び堤体幅を設定し、位相干渉の効果を考慮した透過波の計算が可能です。ただし、透過波については、沖←→岸方向のみ考慮されていることに注意が必要です。また、碎波減衰項を付加することにより、碎波変形を考慮できます。
- ・ 碎波変形は、渡辺ら（1988）による碎波減衰係数  $f_D$  を用いることにより導入します。また碎波位置の決定は、渡辺ら(1983)による波の重合場に対しても適用できるように整理された流速波速比を用います。
- ・ 多方向不規則波の算出方法は、次の2通りを用意しています。
  - 1) 入射波のレーリー分布を仮定し、出現確率が等しい代表波高値を重ね合わせるにより算出します。
  - 2) 周波数スペクトルを計算し、スペクトルの囲む面積が等しくなるような各区間での代表周波数を用いて算出した結果を重ね合わせるにより算出します。そのときの方向別エネルギー分布は、光易型方向関数を用いて算出します。
- ・ 透過波については、酒井ら(1978)による任意透過率を有する防波堤の透過波を求める数値計算法に基づいています。その時、堤体幅(B)を与えることにより、波の位相干渉の効果を考慮した計算が行えます。
- ・ 地形形状の入力には、D X Fファイル読み込み、CSVファイル読み込みなどを用意しています。
- ・ 任意の等深線を入力することにより、自動的にメッシュデータを作成します。
- ・ 陸域境界にも地盤高を設定することが可能となっているため、メッシュの作成が精度よく行えます。
- ・ 陸域境界に任意の反射率・透過率を与えることが可能です。
- ・ 地形形状の変更や追加などCAD画面を用いることにより、容易に行うことができます。
- ・ 作図画面は、コンター図・デジタルマップ図・カラーコンター図・ベクトル図を用意し、それぞれ波高・波高比・波向きが作図可能です。また、それぞれの図面を重ねて作図することが可能です。
- ・ 入力された地形形状より内部発生したメッシュデータから、コンター図やデジタルマップ図を作成し、水深チェック図として画面で確認することが可能です。また、それを図化することも可能です。このとき、メッシュ線（領域格子）を重ねて作図することも可能です。
- ・ 作図の有無の切り替えを等深線に対して行うことが可能です。
- ・ 印刷をカラープリンターで行う場合、地形部分の塗りつぶしの設定が可能です。

- ・ 作図データがD×Fファイル形式に出力可能です。ただし、カラーコンター部分に関しては、D×Fファイル形式への出力は不可です。
- ・ 作図イメージが画面で確認可能です。

## 1-2. システムの動作条件

### オペレーティングシステム

Microsoft Windows10  
Microsoft Windows8.1  
Microsoft Windows7

### メモリ

2GB以上（推奨 4GB以上）

### ハードディスクの空き容量

アプリケーション用に20MB程度

### モニタ

1024×768と同等、またはそれ以上の解像度を推奨

### マウス・プリンタ

使用するオペレーティングシステムに対応したもの

### その他

Microsoft .NET Framework Version 4.5.X以上  
ヘルプ表示用にADOBE READER

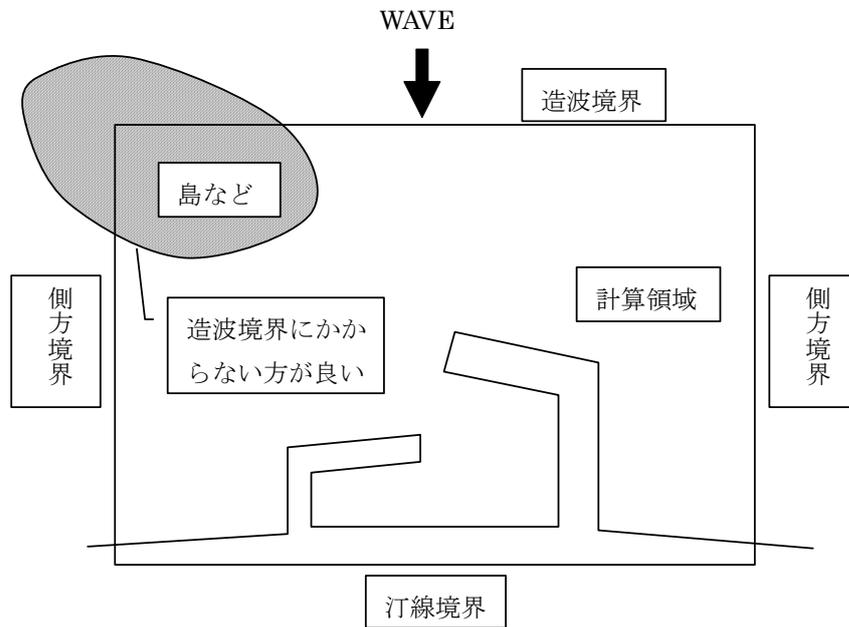
- ※ ただし、使用メモリー量は、水深を計算するメッシュ数により変動します。大領域でかつ、細かいメッシュでの解析を行う場合は、できるだけ多くのメモリーを搭載していただくことを推奨します。また、計算に必要なメモリー量が搭載メモリー量を越えた場合、ハードディスクをメモリー代わりに使用するため、計算は行いますが処理速度が遅くなりますので注意してください。

## 1-3. データ入力・計算上の注意事項

本システムでは、必ず画面上方から波が入射するよう計算領域を設定します。推奨としては、計算領域に対して常に直角に波が入射することです。計算領域を固定したい場合などのため、やむを得ず入射波を傾ける場合には、+45度～-45度の範囲で傾けることが可能となっています。そのようなケースでは、その範囲に入射方向が収まるように事前に地形を回転させておく必要があります。

最も沖側の計算領域の境界は、常に造波境界となり、側方境界は透過境界となっています。入射波が傾いた場合あるいは、不規則波の成分波を計算する場合には、側方境界も造波境界となります。その際、側方境界において計算内部では、仮想領域を設定し側方から入射する波を計算します。その場合、波が屈折する(海底勾配が存在する)方が振幅が安定することを確認しています。したがって、側方境界では常に海底勾配を持つようなデータとすることを推奨します。もしも、海底勾配を持たないデータとなった場合には、側方不透過境界の条件を設定し、側方から波を入射させないことを推奨します。

造波境界は、波が発生する境界であるため、できるだけ海域である必要があります。特に側方境界の場合は、独立した陸域が設定できませんので注意が必要です。  
尚、できるだけ計算領域は余裕を持って設定することを推奨します。



## 2. 計算理論説明

### 2-1. 基本方程式

非定常緩勾配方程式の基本式は、以下のように表される。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{n} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (nQ'_x) + \frac{\partial}{\partial y} (nQ'_y) \right\} = 0$$
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q'_x}{\partial t} + C^2 \frac{\zeta}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial Q'_y}{\partial t} + C^2 \frac{\zeta}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

ただし、

$$n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$$

ここに、

$Q'_x, Q'_y$ : 線流量  
 $\zeta$ : 水面変動量  
 $C$ : 波速  
 $k$ : 波数  
 $h$ : 水深

砕波変形を考慮するため、運動方程式に相当する式に砕波減衰項を付加した方程式は、次式ようになる。

$$\frac{\partial Q'_x}{\partial t} + C^2 \frac{\zeta}{\partial x} + f_D Q'_x = 0$$
$$\frac{\partial Q'_y}{\partial t} + C^2 \frac{\zeta}{\partial y} + f_D Q'_y = 0$$

ここに、 $f_D$ は砕波減衰係数である

## 2-2. 碎波減衰係数及び、碎波位置の決定

碎波減衰係数  $f_D$  は渡辺ら (1988) を用いて次式で与えられる。

$$f_D = \alpha_D \tan \beta \sqrt{\frac{g}{D}} \sqrt{\frac{\gamma - \gamma_r}{\gamma_s - \gamma_r}}$$

$$\gamma = \hat{Q} / c_p D, \quad \gamma_r = 0.135$$

$$\gamma_s = 0.4(0.57 + 5.3 \tan \beta)$$

ここに、

$\alpha_D$  : 碎波帯内で2.5となるべき係数

$\tan \beta$  : 碎波点付近の一波長間の平均の海底勾配

$\hat{Q}$  : 合成線流量の振幅

$c_p$  : 周波数に対する波速

碎波点からの反射を抑えるために、碎波点を中心とした半波長の区間内で  $\alpha_D$  の値を0から2.5へ連続的に増加させる。

碎波位置の決定は、渡辺ら(1983)による波の重合場に対しても適用できるように整理された流速波速比を用いる。これは、微小振幅波理論と組み合わせた場合に、合田(1970)による碎波指標と同じ碎波水深を与えるように決められたものであり、この碎波指標を、磯部(1986)により近似式で表現したものが次式である。

$$\left(\frac{\hat{u}}{C}\right)_b = 0.53 - 0.3 \exp\left(-3\sqrt{\frac{d_b}{L_0}}\right) + 5(\tan \beta)^{3/2} \exp\left[-45\left(\sqrt{\frac{d_b}{L_0}} - 0.1\right)^2\right]$$

ここに、

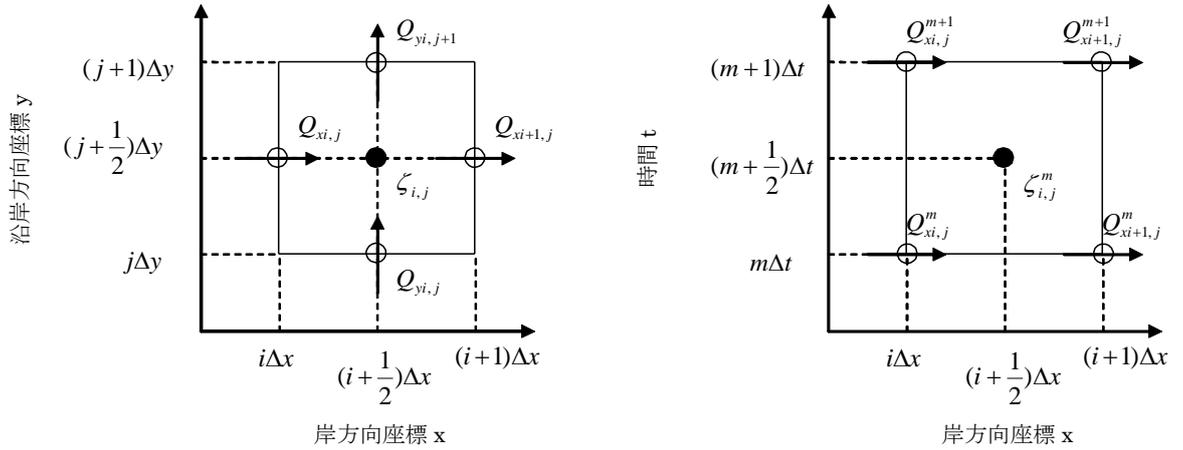
$\hat{u}$  : 静水位における水平流速振幅

$\tan \beta$  : 海底勾配

したがって、一周期毎に逐次各点上での  $\hat{u}/C$  の計算を行い、これが上式で示される碎波指標を超えたところから碎波減衰高を付加した方程式を用いて計算を進める。

## 2-3. 基礎方程式の差分化

本システムでは、x軸を沖から岸方向、y軸をそれと直交する沿岸方向にとる。計算域を間隔 $\Delta x$ 、 $\Delta y$ の格子で分割し、時間については、その差分間隔を $\Delta t$ とする。下図に示すように格子網上で、水面変動とおよび、線流量 $Q_x$ 、 $Q_y$ の計算点を互いに半格子間隔だけずらしたいわゆるスタaggerド・メッシュ・スキームを採用する。また、非定常計算の過程で水位と線流量の計算時間ステップについても、時間間隔を $\Delta t/2$ だけずらしたleap frog法を用いる。



以下では、上図あるいは次式で示されるように、各変数の下添字 $ij$ で空間上の点、上添字 $m$ で時間ステップを表すものとする。

$$Q_{xi,j}^m = Q_x \left\{ i\Delta x, \left( j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, m\Delta t \right\}$$

$$Q_{yi,j}^m = Q_y \left\{ \left( i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, j\Delta y, m\Delta t \right\}$$

$$\zeta_{i,j}^m = \zeta \left\{ \left( i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left( j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, \left( m + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right\}$$

非定常緩勾配方程式を差分化すると次式のようになる。ただし、 $Q'_x, Q'_y$ を簡略のために $Q_x, Q_y$ と表記する。

$$Q_{xi,j}^{m+1} = Q_{xi,j}^m - \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_{xi,j})^2 (\zeta_{i,j}^m - \zeta_{i-1,j}^m)$$

$$Q_{yi,j}^{m+1} = Q_{yi,j}^m - \frac{\Delta t}{\Delta y} (c_{yi,j})^2 (\zeta_{i,j}^m - \zeta_{i,j-1}^m)$$

$$\zeta_{i,j}^{m+1} = \zeta_{i,j}^m - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{1}{n_{i,j}} (n_{xi+1,j} Q_{xi+1,j}^{m+1} - n_{xi,j} Q_{xi,j}^{m+1})$$

$$- \frac{\Delta t}{\Delta y} \frac{1}{n_{i,j}} (n_{yi,j+1} Q_{yi,j+1}^{m+1} - n_{yi,j} Q_{yi,j}^{m+1})$$

ここで、 $c_{xi,j}, n_{xi,j}$  および  $c_{yi,j}, n_{yi,j}$  は、それぞれ線流量  $Q_{xi,j}$  および  $Q_{yi,j}$  の計算点における波速  $c$  および  $n(=c_g/c)$  の値である。また、 $n_{i,j}$  は水面変位  $\zeta_{i,j}$  の定義点における  $n$  の値である。

一方、砕波帯内の波の計算に対して用いられる運動方程式は、線流量に対して非線形な減衰項を含んでいる。したがって未知量に関して陽形式の差分表示は得られないが、いずれにしても最終的な収束解を得るまでには、数周期間にわたる反復計算を必要とするので、既往の計算値から推定された線流量振幅  $\hat{Q}$  を用いて係数  $f_D$  を算出することにより、方程式系を形式的に線形化して計算を進める。ただし、線流量  $Q_x$  と  $Q_y$  の計算点が互いにずれているので、線流量振幅  $\hat{Q} = \sqrt{\hat{Q}_x^2 + \hat{Q}_y^2}$  の計算には多少の工夫を要する。すなわち、 $x$  方向の運動方程式の減衰項については  $\hat{Q}$  を

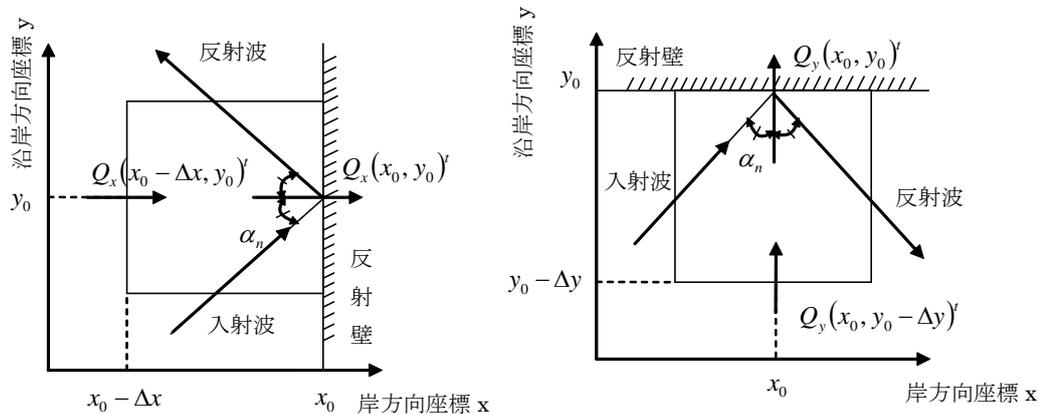
$$\hat{Q}_{i,j} = \left[ (\hat{Q}_{xi,j})^2 + \left\{ (\hat{Q}_{yi,j} + \hat{Q}_{yi,j+1} + \hat{Q}_{yi-1,j+1}) + \hat{Q}_{yi-1,j} \right\} / 4 \right]^2 \right]^{1/2}$$

で評価し、 $y$  方向の運動方程式中の減衰項については、

$$\hat{Q}_{i,j} = \left[ \left\{ (\hat{Q}_{xi,j} + \hat{Q}_{xi+1,j} + \hat{Q}_{xi+1,j-1} + \hat{Q}_{xi,j-1}) / 4 \right\}^2 + (\hat{Q}_{yi,j})^2 \right]^{1/2}$$

を用いる。

## 2-4. 任意反射率境界について



左図に示すように、 $x = x_0$  の位置に反射率  $K_R$  の境界があり、その前面に斜め部分重複波が形成されているものとする。この部分重複波を形成する入射波の振幅を  $a$ 、その波高が境界法線となす角を  $\alpha_n$  で表す。時刻  $t$  において、境界上の点  $(x_0, y_0)$  およびそれより  $\Delta x$  だけ内側の点  $(x_0 - \Delta x, y_0)$  における  $x$  方向の線流量は、入射波と反射波の線流量  $Q_{xI}, Q_{xR}$  の和として次式で与えられる。

$$Q_x^t(x_0, y_0) = Q_{xL}^t(x_0, y_0) + Q_{xR}^t(x_0, y_0)$$

$$Q_x^t(x_0 - \Delta x, y_0) = Q_{xL}^t(x_0 - \Delta x, y_0) + Q_{xR}^t(x_0 - \Delta x, y_0)$$

一様水深での微小振幅波に対する軌道流速の鉛直分布が局所的に成立するものと仮定して求める  $Q_{xL}$  と  $Q_{xR}$  の表示を上式に代入して整理すると、次式の関係を得る。ただし、完全反射

( $K_R = 1$ ) の場合は  $t$  によらず  $Q_x^t(x_0, y_0) = 0$  とする。

$$Q_x^t(x_0, y_0) = A \cdot Q_x^{t-\tau}(x_0 - \Delta x, y_0)$$

$$A = (1 - K_R) / \left\{ 1 + K_R^2 - 2K_R \cos(2k\Delta x \cos \alpha_n) \right\}^{1/2}$$

$$\tan \sigma\tau = \frac{1 + K_R}{1 - K_R} \tan(k\Delta x \cos \alpha_n)$$

この関係は、時刻  $t$  における境界上の線流量成分が、境界より  $\Delta x$  だけ内側の点での線流量の時刻  $t - \tau$  における値に係数  $A$  を乗じたものに等しいことを意味する。計算上は線流量が  $\Delta t$  間隔ごとの離散量として得られるので、時刻  $t$  および  $t - \Delta t$  の値から、

$$Q_x^t(x_0 - \Delta x, y_0) = \hat{Q}_x \sin(\chi - \sigma t)$$

$$Q_x^{t-\Delta t}(x_0 - \Delta x, y_0) = \hat{Q}_x \sin\{\chi - \sigma(t - \Delta t)\}$$

を満たす振幅  $\hat{Q}_x$  と位相角  $\chi$  を求め、それを用いて

$$Q_x^{t-\tau}(x_0 - \Delta x, y_0) = \hat{Q}_x \sin\{\chi - \sigma(t - \tau)\}$$

により  $\tau$  時間前の線流量を評価すればよい。これは、時間的な内挿法で境界上の線流量を決定するので、数値計算上安定な方法といえる。ただし、この方法を用いる場合、境界より  $\Delta x$  内側の線流量値についてはつねに2ステップ分を記憶しておく必要がある。

右図に示したような  $x$  軸に平行な境界に対しても上式と同様に

$$Q_y^t(x_0, y_0) = A \cdot Q_y^{t-\tau}(x_0, y_0 - \Delta y)$$

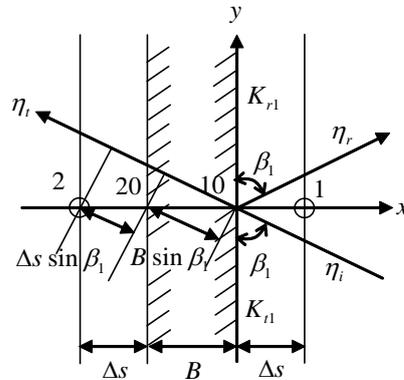
$$A = (1 - K_R) / \left\{ 1 + K_R^2 - 2K_R \cos(2k\Delta y \cos \alpha_n) \right\}^{1/2}$$

$$\tan \sigma\tau = \frac{1 + K_R}{1 - K_R} \tan(k\Delta y \cos \alpha_n)$$

の関係を用いて、境界上の線流量を評価できる。

## 2-5. 任意透過率を有する防波堤の計算方法について

本システムでは、「任意反射率・任意透過率の防波堤による平面的な波浪変形の数値計算 酒井ら(1978)」により、透過率を考慮した防波堤の計算を行うことが可能です。



堤体幅  $B$  の反対側境界 "20" ( $x = -B$ ) での透過波流量  ${}_t Q_{20}$  は、堤体幅  $B$  を透過波が通過するのに必要な位相差を考慮して、次式で与えられる。

$${}_{ir} Q_{10} = A_1 \cdot {}_{ir} Q_1^{-\tau 1}$$

$${}_t Q_{20} = K_{t1} / (1 - K_{r1}) \cdot {}_{ir} Q_{10}^{-B \sin \beta_1 / c^*}$$

ここで  $Q_{20}$  の添字 "t" は透過波によることを示し、同様にこれまで添字をつけていなかった  $Q_{10}$  にも入射波と反射波によることを示す添字 "ir" をつけている。  $c^*$  は堤体内における透過波の波速である。

同様のことは、図の左側から入射する波による反射、透過についても言える。すなわち、次のようになる。

$${}_{ir} Q_{20} = A_2 \cdot {}_{ir} Q_2^{-\tau 2}$$

$${}_t Q_{10} = K_{t2} / (1 - K_{r2}) \cdot {}_{ir} Q_{20}^{-B \sin \beta_2 / c^*}$$

ここで添字の "2" は、左側からの入射波によることを示す。

尚、  $A$ ,  $\tau$  は、境界上の線流量を求めるための係数である。両境界での境界条件は、両境界での  $x$  方向流量を  $Q_{10}$ ,  $Q_{20}$  として次式で与えられる。

$$Q_{10} = {}_{ir} Q_{10} + {}_t Q_{10}, \quad Q_{20} = {}_{ir} Q_{20} + {}_t Q_{20}$$

${}_t Q_{10}$ ,  ${}_t Q_{20}$  はそれぞれ  ${}_{ir} Q_{10}$ ,  ${}_{ir} Q_{20}$  で与えられ、  ${}_{ir} Q_{10}$ ,  ${}_{ir} Q_{20}$  はそれぞれ  ${}_{ir} Q_1$ ,  ${}_{ir} Q_2$  で与えられる。これらは各格子点における流量のうち、入射波および反射波によるものであり、各格子点における流量

$$Q_1 = {}_{ir} Q_1 + {}_t Q_1, \quad Q_2 = {}_{ir} Q_2 + {}_t Q_2$$

から、透過波による流量  ${}_t Q_1$ ,  ${}_t Q_2$  を差し引く必要がある。これらは、透過波が1メッシ

Δs 間隔 Δs を通過するのに必要な位相差だけ遅れた  ${}_t Q_{10}$ ,  ${}_t Q_{20}$  と考え次式で与えた。

$${}_t Q_1 = {}_t Q_{10}^{-\Delta s \sin \beta_2 / c}$$

$${}_t Q_2 = {}_t Q_{20}^{-\Delta s \sin \beta_1 / c}$$

こうして、透過のある場合の境界条件が与えられる。

## 2-6. 不規則波に対する計算方法について

本システムは、不規則波の計算方法として次の2通りの方法を用意しています。※  
したがって、これから解析を行う港の明らかにしたい現象を明確にした上で、適切な方法を選択する必要があります。

※ 漁港・漁場の施設の設計の手引き 2003年版 (上) P. 20から抜粋

現在の実用的な平面波浪場の解析モデルは、全ての波浪変形現象を精度良く包括的に取り扱うことはできない。特に波の非線形性や分散性、砕波については、どのモデルに関しても精度の点で問題を有しており、施設の波圧・波力算定に計算結果を直接用いることは不適當である。よって、明らかにしたい現象を明確にした上で、適切な解析モデルを採用するとともに、計算結果の適切な解釈を行うことに留意する必要がある。さらに、現実の波は、まだ十分に明確になっていない長周期成分を含んでいる。このため、平面波浪場の解析モデルのみによる検討では不十分であると判断する際は、現地観測の実施や水理模型実験によって検討を行わなければならない。

### 1) レーリー分布を仮定し、代表波高値を重ね合わせる方法

激浪時に砕波帯内となるような比較的浅い水深帯に位置する港の解析に用いる場合には、本手法による解析結果が有用と考えられる。そのため、不規則波に対しては、狭帯域スペクトルを仮定し、スペクトル特性よりも波高分布に重点を置くことで、不規則波中の波高の出現確率を考慮した重ね合わせ計算を行う。具体的には、波高のレーリー分布を仮定し、これを出現確率が等しい波高区間に分割する。また、方向別のエネルギーの分布については、方向別エネルギー累加曲線から得られるエネルギー分布率によって重み付けする方法を用いる。

ただし、本手法による場合、単一周期での解析のため、方向集中度パラメータ(Smax)が大きくなると規則波に近くなり、波の腹・節が顕著に表れることに注意を要する。

#### 【波高代表値の算出】

沖波の波高がレーリー分布に従うことを前提とし、出現確率が等しいM個の波高代表値の算出には以下の式を用いる。

$$H_m = 0.706(H_{1/3})_0 \left[ \ln \frac{2M}{2m-1} \right]^{1/2}$$

### 【方向別エネルギー分布率】

方向別のエネルギー分布率は、主波向に対する方向別エネルギー累加曲線より算出する。この方向別エネルギー累加曲線は、ブレットシュナイダー・光易型スペクトル及び光易型方向関数(SWOP型方向関数)を用いる。

(エネルギー累加曲線式)

$$P_E(\theta) = \frac{1}{m_0} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \int_0^{\infty} S(f, \theta) df d\theta$$

ここに、 $m_0$ は波の総エネルギーの代表値であって次式で与えられる

$$m_0 = \int_0^{\infty} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} S(f, \theta) d\theta df$$

(方向スペクトル関数)

$$S(f, \theta) = S(f)G(f; \theta)$$

(ブレットシュナイダー・光易型周波数スペクトル関数)

$$S(f) = 0.257T_{1/3} (T_{1/3}f)^{-5} \exp[-1.03(T_{1/3}f)^{-4}]$$

(光易型方向関数)

$$G(f; \theta) = G_0 \cos^{2S} \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

ここに、 $G_0$ は上式を満たすための定数である。すなわち

$$G_0 = \left[ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \cos^{2S} \left( \frac{\theta}{2} \right) d\theta \right]^{-1}$$

ここに、方向関数の集中度を表すパラメータ $S$ は

$$S = \begin{cases} S_{\max} \cdot (f/f_p)^5 & : f \leq f_p \\ S_{\max} \cdot (f/f_p)^{-2.5} & : f \geq f_p \end{cases}$$

ここに、 $f_p$ は周波数スペクトルのピーク周波数であり、次式で推定している。

$$f_p = 1/(1.05T_{1/3})$$

ただし、方向関数は次のように正規化されている。

$$\int_{-\pi}^{\pi} G(f; \theta) d\theta = 1$$

## 2) 周波数スペクトルの各区間での代表周波数を用いて算出した結果を重ね合わせる方法

砕波による影響が顕著でなく、それよりも多周期成分による回折などが問題となるような形状を有する港の解析に用いる場合には、本手法による解析結果が有用と考えられる。そのため、多方向不規則波に対しては、方向スペクトルとしてブレットシュナイダー・光易型周波数スペクトルと光易型方向関数の組み合わせを用いる。その時の周波数としては、スペクトルの囲む面積を等分割し、各区間での代表周波数を用いる。最終的には、その結果をエネルギー的に重ね合わせるにより算出する。

ただし、本手法では、単一波高での解析を行っているため、前述した手法による砕波変形の結果と比較した場合、精度が低くなることに注意を要する。

### 【方向スペクトル】

各種の方向の成分波の重なり具合を表示するために次のような方向スペクトルの概念を用いる。

(方向スペクトル)

$$S(f, \theta) = S(f)G(f; \theta)$$

(ブレットシュナイダー・光易型周波数スペクトル関数)

$$S(f) = 0.257T_{1/3}(T_{1/3}f)^{-5} \exp[-1.03(T_{1/3}f)^{-4}]$$

(光易型方向関数)

$$G(f; \theta) = G_0 \cos^{2S} \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

ここに、 $G_0$ は上式を満たすための定数である。すなわち

$$G_0 = \left[ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \cos^{2S} \left( \frac{\theta}{2} \right) d\theta \right]^{-1}$$

ここに、方向関数の集中度を表すパラメータ $S$ は

$$S = \begin{cases} S_{\max} \cdot (f/f_p)^5 & : f \leq f_p \\ S_{\max} \cdot (f/f_p)^{-2.5} & : f \geq f_p \end{cases}$$

ここに、 $f_p$ は周波数スペクトルのピーク周波数であり、次式で推定している。

$$f_p = 1/(1.05T_{1/3})$$

ただし、方向関数は次のように正規化されている。

$$\int_{-\pi}^{\pi} G(f; \theta) d\theta = 1$$

## 2-7. 差分間隔と計算の手順

非定常緩勾配方程式に基づく本計算手法は、いわば水面波形そのものを計算対象とするものであり、格子間隔を波長に比して十分に小さくしないと計算精度を維持することはできない。しかし沿岸域の波の計算では、汀線付近で波長がきわめて小さくなり、そこでの波長に対して格子間隔を定めると、計算領域全体の格子点数は膨大なものとなる。実用上は、汀線付近で波高減衰が著しいことを考慮すれば、例えば砕波位置での波長の $1/10 \sim 1/40$ 程度(参考文献参照)の格子間隔を場全体に対して用いれば、特に問題は生じないものと判断される。

一方、時間間隔 $\Delta t$ は、数値計算の安定条件の制約から、空間格子間隔を $\Delta x = \Delta y$ としたとき、

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{2}C_{\max}}$$

なる条件を満たすように設定する必要がある。ただし、 $C_{\max}$  は、計算領域内の最大水深位置での波速である。実際には上式を満足し、しかも入射波の周期 $T$ の整数分の1となるような最大の $\Delta t$ を選択することになる。

実際には、以下のように算定すれば良いものとする

$$\Delta t' \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{2}C_{\max}}$$
$$cnt = \text{ceil}\left(\frac{T}{\Delta t'}\right)$$

この値以上で、下式の $\Delta t$ が有限小数となるような $cnt$ を設定する

$$\Delta t = \frac{1}{cnt} T$$

※*ceil*は、切り上げ

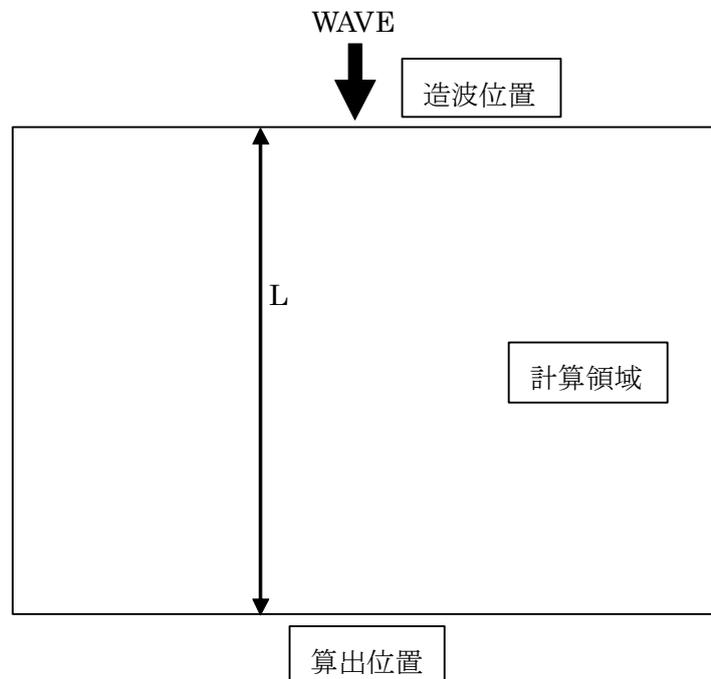
尚、この条件を満足した時間ステップを設定しても、地形形状や反射の状況などの諸条件により、計算値が発散してしまう場合が多々発生する。その場合には、 $\Delta t$ の算出式の分母の値すなわち、 $cnt$ の値を大きくし、時間ステップを細かく設定する必要がある。

## 2-8. 定常解までの繰り返し数

本システムでは、非定常緩勾配方程式に基づき波浪変形計算を行う。非定常計算のため、全計算領域における時々刻々の水面変動および線流量を定常解が得られるまで計算していく必要がある。そのため、非常に入り組んだ地形の場合や多重反射、多重回折を考えた場合、時間的に全計算領域に十分に波が行き渡るように繰り返し数を設定する必要がある。基本的には、波が最も沖側の境界から、岸側までの往復する程度の時間を設定すれば良いと考えるが、地形形状や反射の状況などの諸条件により、ケースバイケースで変更する必要があると考える。

水深が浅くなると波速が遅くなることから、計算領域にある最も浅い水深かあるいは、砕波付近の水深を用いて計算した波速から繰り返し数を算出するのが良いと考えられる。

$$C = \frac{L}{T} = \frac{g}{2\pi} T \tanh \frac{2\pi h}{L}$$



造波位置から出て造波位置まで戻る時間 ( $t$ ) =  $L \times 2$  (往復) /  $C$   
定常解までの繰り返し数 =  $\text{ceil}(t/T)$  ※ $\text{ceil}$ は、切り上げ

ただし計算手法の性質上、あまりに繰り返し数を多くしてしまうと振幅が乱れるケースを確認していますので注意が必要です。（誤差の累積と考えられます）

## 3. 補足資料

### 3-1. 参考文献

本システムを開発するにあたり、参考にした文献は下のとおりです。

- ・ 港湾の施設の技術上の基準・同解説 平成11年 4月 日本港湾協会
- ・ 漁港・漁場の施設の設計の手引 2003年版 全国漁港漁場協会
- ・ 水理公式集 平成11年版 土木学会
- ・ 海岸波動【波・構造物・地盤の相互作用の解析法】 土木学会/海岸工学委員会/研究現況レビュー小委員会
- ・ 港湾構造物の耐波設計
- ・ 海岸環境工学（海岸過程の理論・観測・予測方法）